2022

PHYSICS — GENERAL

(For Syllabus : 2019-2020 and 2018-2019)

Paper : GE/CC-1

(Mechanics)

Full Marks : 50

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

১নং প্রশ্ন এবং অন্য *যে-কোনো চারটি* প্রশ্নের উত্তর দাও।

১। *যে-কোনো পাঁচটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ ২×৫

(ক) $\vec{A}=2\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}$ ও $\vec{B}=\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের সঙ্গে লম্ব একক ভেক্টর কী হবে?

(খ) A, B ও C তিনটি বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r_1}=\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{r_2}=3\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ ও $\vec{r_3}=2\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$. ΔABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

(গ) স্টোকস্ সূত্র ব্যবহার করে প্রমাণ করো $\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\phi=0$ ।

(ঘ) কেপলারের সূত্র তিনটি লেখো।

(ঙ) Y ইয়ংগুণাঙ্কযুক্ত এবং L দৈর্ঘ্যের একটি তারের টান দিয়ে l দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি করতে কৃতকার্য কত হবে?

(চ) r ব্যাসার্ধের ও S পৃষ্ঠটানযুক্ত একটি তরলের বুদবুদের ভেতরের অতিরিক্ত চাপ কত হবে?

(ছ) কোনো নৃত্যশিল্পী যখন তার হাত ছড়িয়ে কোনো অক্ষ বরাবর 2.4 rps বেগে চক্রাকারে ঘোরে তখন তার জড়তা ভ্রামক ঘূর্ণাক্ষের সাপেক্ষে I হয়। হাত গুটিয়ে নিলে জাড্য ভ্রামকের মান হয় $0.6I$। তার নতুন ঘূর্ণন বেগ কত?

২। (ক) $\vec{\omega}$ একটি স্থির ভেক্টর ও $\vec{r}$ একটি বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর হলে দেওয়া আছে $\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$ । প্রমাণ করো $\vec{\nabla}.\vec{v}=0$ ।

(খ) যদি $\vec{F}=x^2\hat{i}+y^2\hat{j}$ হয়, তবে $x-y$ সমতলে $y=x^2$ রেখা বরাবর $P(0, 0)$ থেকে $Q(1, 1)$ পর্যন্ত রেখা সমাকল $\int_c \vec{F}.d\vec{r}$-এর মান নির্ণয় করো।

(গ) p-এর কোন্ মানের জন্য নীচের তিনটি ভেক্টর সমতলীয় হবে?

$\vec{A}=3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{B}=3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$, $\vec{C}=\hat{i}+\hat{j}-p\hat{k}$. ৩+৩+৪

৩। (ক) দেখাও যে গ্যালিলীও রূপান্তরে নিউটনের সূত্র অপরিবর্তিত থাকে।

(খ) একটি কণার কৌণিক ভরবেগ সূত্রটি লেখো ও প্রমাণ করো।

(গ) প্রমাণ করো যে কোনো বলক্ষেত্রে কোনো কণার সরণ ঘটলে ওই কণা দ্বারা কৃতকার্য গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান হয়। ৩+৩+৪

৪। (ক) জাড্য ভ্রামকের সংজ্ঞা দাও। একটি R ব্যাসার্ধের কোনো গোলীয় খোলকের ব্যাস বরাবর জাড্য ভ্রামক নির্ণয় করো। এই সম্পর্কটি ব্যবহার করে এর স্পর্শক বরাবর জাড্য ভ্রামকের মান নির্ণয় করো।

(খ) ভূপৃষ্ঠের কাছাকাছি বৃত্তাকার কক্ষপথে প্রদক্ষিণরত কোনো উপগ্রহের প্রদক্ষিণ বেগ এবং প্রদক্ষিণকালের রাশিমালা নির্ণয় করো। (১+৩+২)+(৩+১)

৫। পরবশ কম্পন কী? m ভরের একটি কণার ওপর প্রত্যানায়ক বল Sx, মন্দন বল Kv ও একটি বাহ্যিক বল $f_o \sin \omega t$ ক্রিয়াশীল। কণার গতির অবকল সমীকরণ লেখো ও সমাধান করো। কখন এর অনুনাদ হবে? ২+২+৪+২

৬। (ক) দেখাও যে কেন্দ্রগ বলক্রিয়ায় কোনো কণার ক্ষেত্রীয় বেগ ধ্রুবক হয়।

(খ) দেখাও যে বাঁকানো দণ্ডের মধ্যের অভ্যন্তরীণ টর্ক $\dfrac{YI}{R}$ হয়। যেখানে Y দণ্ডের ইয়ংগুণাঙ্ক, I-এর জ্যামিতিক জাড্য-ভ্রামক ও R দণ্ডের বক্রতা ব্যাসার্ধ।

(গ) কোনো r ব্যাসার্ধের ও l দৈর্ঘ্যের স্থিতিস্থাপক তারের নীচে M ভরের ও R ব্যাসার্ধের চোঙ যুক্ত করে এর ব্যবর্ত দোলন করানো হলে ওই তারের দোলনকাল কত হবে? ৩+৩+৪

৭। (ক) 2 mm ব্যাসের 1000টি জলবিন্দু এক হয়ে একটি বড় জলবিন্দু গঠন করলে শক্তিক্ষয় কত হবে? জলের পৃষ্ঠটান 0.072 N/m। ৩

(খ) কোনো কৈশিক নলে জলের ঊর্ধ্বারোহণ কেন হয়? দেখাও যে এই আরোহণ প্রায় $h = \dfrac{2S}{gr}$ হয়, যেখানে S জলের পৃষ্ঠটান, r নলের ব্যাসার্ধ ও g অভিকর্ষজ ত্বরণ হয়। ২+৩

অথবা,

[2018-2019 সিলেবাস]

কোনো এক মুহূর্তে কণার সরণ $x = a\cos\omega t + b\sin\omega t$। দেখাও যে কণার গতি সরল দোলগতি। যদি $a = 0.3$ m, $b = 0.4$ m এবং $\omega = 2$ হয়, তবে ওই গতির পর্যায়কাল, বিস্তার এবং সর্বাধিক গতিবেগ নির্ণয় করো। ২+৩

(গ) তরলের পৃষ্ঠটানের ওপর তাপমাত্রার প্রভাব কী? ২

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Answer ***question no.*** **1** and ***any four*** from the rest.

1. Answer ***any five*** questions : 2×5

(a) Find a unit vector normal to $\vec{A}=2\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}$ and $\vec{B}=\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$.

(b) The position vectors of three points *A*, *B* and *C* are $\vec{r_1}=\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{r_2}=3\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ and $\vec{r_3}=2\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$. Find the area of the triangle.

(c) Using Stoke's law, prove that $\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\phi=0$.

(d) Write down the three laws of Kepler.

(e) To increase the length of a wire of length L and Young's Modulus Y by an amount l by stretching it how much work is done?

(f) What is the excess pressure inside a liquid bubble of radius r and whose surface tension is S?

(g) A dancer when spreads out her hands and rotates about an axis at an angular speed 2.4 *rps*, then her moment of intertia is I. When she puts her hands close to her chest then moment of inertia becomes $0.6I$. Find her new angular speed.

2. (a) $\vec{\omega}$ is a constant vector and $\vec{r}$ is the position vector of a point. If $\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$, then prove that $\vec{\nabla}\cdot\vec{v}=0$.

(b) If $\vec{F}=x^2\hat{i}+y^2\hat{j}$, then find the line integral $\int_c \vec{F}.d\vec{r}$ in the $x-y$ plane along a line $y=x^2$ from $P(0, 0)$ to $Q(1, 1)$.

(c) For what value of p the following 3 vectors will be coplanar?

$\vec{A}=3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{B}=3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$, $\vec{C}=\hat{i}+\hat{j}-p\hat{k}$. 3+3+4

3. (a) Show that Newton's laws remain invariant under Galilean transformation.

(b) State and prove the angular momentum conservation rule for a particle.

(c) Prove that in a force field if a particle is displaced, then the work done by the particle is equal to the change in kinetic energy. 3+3+4

4. (a) Define moment of intertia. Find the moment of inertia of a spherical shell of radius R along its diameter. Find the moment of inertia about the tangent using the above derived expression.

(b) Find the expression for the orbital speed and the time period of revolution of a satellite in a circular orbit close to the surface of the earth. (1+3+2)+(3+1)

5. What is forced vibration? On a particle of mass m, a restoring force Sx, a damping for Kv and an external force $f_o \sin \omega t$ are acting. Write the differential equation and solve it. When resonance will take place? 2+2+4+2

6. (a) Show that the areal velocity of a particle remains constant under central force.

(b) Show that the internal torque inside a bent beam is $\frac{YI}{R}$, where Y is the Young's modulus of the material of the beam, I is the geometrical moment of inertia of the beam and R is the radius of curvature of the bent beam.

(c) A cylinder of mass M and radius R is attached to a wire of length l and radius r. Find the time period of the torsional oscillation. 3+3+4

7. (a) 1000 water droplets of diameter 2 mm coalease to form a large drop. What will be the loss of energy? The surface tension of water is 0.072 N/m. 3

(b) Why water level rises inside a capillary tube? Show that the rise is approximately equal to $h = \frac{2S}{gr}$, where S is the surface tension of water, r is the radius of the capillary tube and g is acceleration due to gravity. 2+3

Or,

[2018-2019 Syllabus]

The displacement of a particle at a time 't' is given by $x = a \cos \omega t + b \sin \omega t$. Show that the motion of the particle is simple harmonic. If $a = 0.3$ m, $b = 0.4$ m and $\omega = 2$, then find the time period, maximum velocity, amplitude of the particle. 2+3

(c) How surface tension of a liquid varies with temperature? 2